Table des matières

Circuits triphasés déséquilibrés

*Pour mettre en évidence l'impact d'un **réseau triphasé** sur une charge triphasée déséquilibrée, nous allons considérer un même circuit alimenté dans 2 configurations possibles:*

- ***Avec conducteur Neutre**: conditions normales de fonctionnement.*
- ***Sans conducteur Neutre**: rupture du conducteur donc conditions anormales de fonctionnement.*

Les applications suivantes nécessitent la connaissance des réseaux triphasés ainsi que des nombres complexes. L'étude est réalisée sur un circuit résistif afin d'éviter les difficultés liées aux déphasages qui sont introduites par les réactances inductives et/ou capacitives. Néanmoins,les notions abordées ci-dessous donnent les clés pour traiter tous types de problèmes. L'objectif visé par cette application n'est pas de se lancer dans des calculs compliqués mais de saisir la nature des phénomènes produits.Une fois les principes acquis, il est préférable de simuler le fonctionnement des circuits que l'on veut étudier à l'aide de modeleur mathématiques.

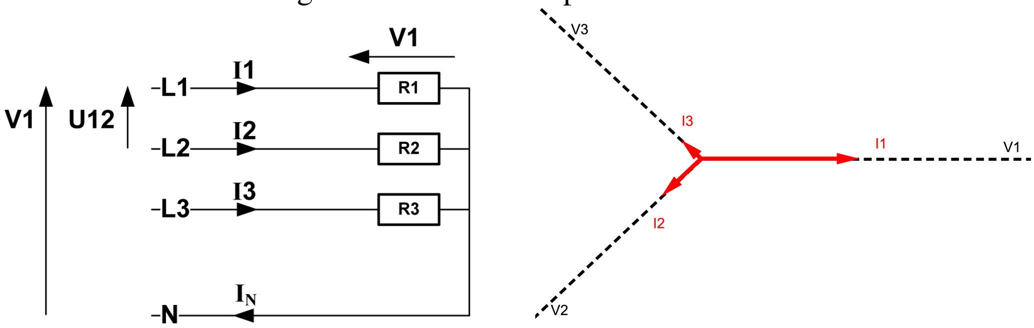
Liens

- L'application étudiée ci-dessus est modélisée à l'adresse suivante: `http://www.geogebratube.org/student/m34589`
- La modélisation des composantes symétriques est visible ici:`http://www.geogebratube.org/student/m35149`

1 Circuits triphasés avec conducteur Neutre

1.1 Méthode vectorielle

Figure 1: Tensions simples et courants



Les tensions simples (entre phases et Neutre) qui composent le réseau triphasé sont déphasées de 120° ou $\frac{2\pi}{3}$rd.Chaque récepteur est soumis à la tension `V` et est traversé par le courant `I` tel que:

$$I1 = \frac{V1}{R1} \tag{1}$$
$$I2 = \frac{V2}{R2} \tag{2}$$
$$I3 = \frac{V3}{R3} \tag{3}$$

Le courant `IN` dans le conducteur Neutre est donné par *la loi des nœuds*:

$$\underline{IN}^{1} = \frac{\underline{V1}}{R1} + \frac{\underline{V2}}{R2} + \frac{\underline{V3}}{R3} \tag{4}$$

1.1.1 Application numérique

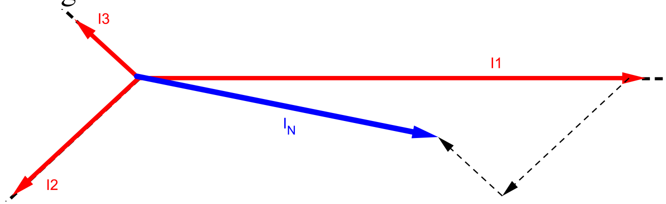
$R1 = 5\Omega \quad R2 = 10\Omega \quad R3 = 20\Omega \quad V = 230V$

$I1 = \frac{V1}{R1} = 46A \qquad I2 = \frac{V2}{R2} = 23A \qquad I3 = \frac{V3}{R3} = 11,5A$

1.1.2 Détermination graphique de IN

Le courant dans le conducteur neutre se déduit de l'expression (4). Le modèle effectué à l'aide du logiciel *Geogebra* donne le résultat suivant: $IN = 30,4A$

Figure 2: Construction vectorielle des courants



1.2 Calcul de IN

Le calcul de IN nécessite l'emploi d'outils mathématiques qui permettent d'effectuer des calculs entre grandeurs électriques qui présentent des déphasages différents: `ce sont les nombres complexes`.
Les électriciens utilisent un opérateur qui `gère` de manière simple `les rotations de 120°` omniprésentes dans les réseaux triphasés: l'opérateur `a`.

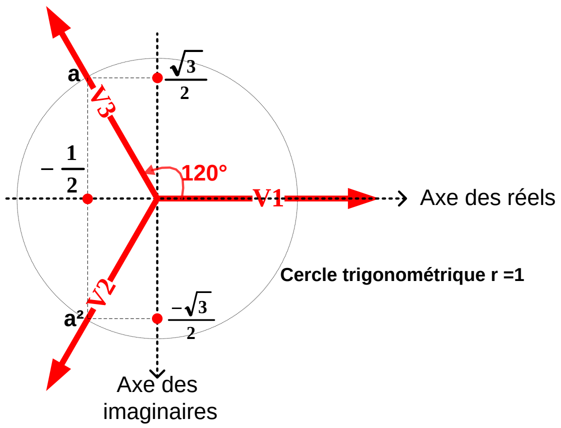
1.2.1 L'opérateur a

L'opérateur `a` est tel que: $\underline{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}} = \cos\frac{2\pi}{3} + j\sin\frac{2\pi}{3} = \frac{-1}{2} + J\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\underline{a} = -\frac{1}{2} + J\frac{\sqrt{3}}{2} \tag{5}$$

Rappel:`j` est le `i` des mathématiciens, il identifie la partie imaginaire d'un nombre complexe en imprimant une rotation de 90° à `la partie imaginaire` par rapport à `la partie réelle`, il et est tel que: $i^2 = j^2 = -1$

Figure 3: L'opérateur a dans le cercle trigonométrique



L'intérêt de l'opérateur `a` est de pouvoir exprimer toutes les grandeurs électriques à partir de la tension d'origine `V1`.
Ainsi `V2` qui est déphasée de 240° ou $\frac{4\pi}{3}$ par rapport à `V1` est obtenue en effectuant l'opération suivante: $\underline{V2} = \underline{a}^2\underline{V1}$ avec $\underline{a}^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}} = \frac{-1}{2} + J\frac{-\sqrt{3}}{2}$.

$$\underline{a}^2 = -\frac{1}{2} - J\frac{\sqrt{3}}{2} \tag{6}$$

La tension`V3` déphasée de 120° ou $\frac{2\pi}{3}$ est calculée en utilisant la même méthode: $\underline{V3} = a\underline{V1}$

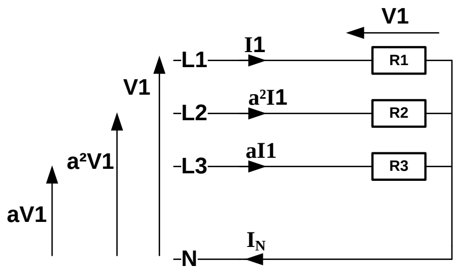
$$\underline{V2} = \underline{a^2V1} \tag{7}$$

$$\underline{V3} = \underline{aV1} \tag{8}$$

1.2.2 Schéma équivalent

Le schéma équivalent du circuit exprimé en fonction de `a et de V1` est comme ci-dessous:

Figure 4: Modèle du circuit exprimé en fonction de a et de V1



1.2.3 Expression des tensions en fonction de `a` et de `V1`

L'expression(4) peut désormais s'écrire:

$$\underline{IN} = \frac{V1}{R1} + \frac{a^2V1}{R2} + \frac{aV1}{R3} \tag{9}$$

$$\underline{IN} = \frac{V1}{R1} + \frac{V1}{R2}\left(\frac{-1}{2} - J\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \frac{V1}{R3}\left(\frac{-1}{2} + J\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{V1}{R1} + \frac{V1}{2R2}\left(-1 - J\sqrt{3}\right) + \frac{V1}{2R3}\left(-1 + J\sqrt{3}\right)$$

$$\underline{IN} = \frac{V1}{R1} - \frac{V1}{2R2} - j\frac{V1\sqrt{3}}{2R2} - \frac{V1}{2R3} + j\frac{V1\sqrt{3}}{2R3}$$

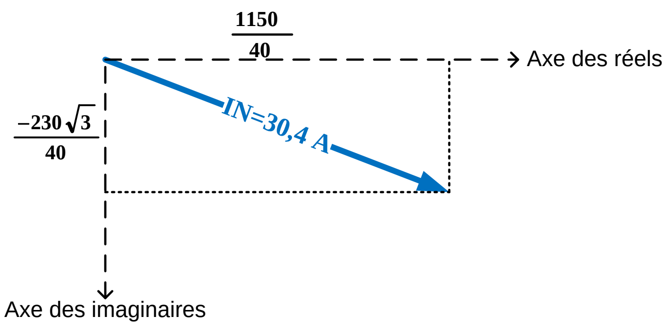
Note: On observe que lorsque les résistances sont de valeurs égales le courant dans le conducteur neutre est nul: `IN = 0` et $\underline{I1} = \underline{I2} = \underline{I3}$.

1.2.4 Application numérique: $R1 = 5\Omega \quad R2 = 10\Omega \quad R3 = 20\Omega \quad V = 230V$

$$\underline{IN} = \frac{230}{5} - \frac{230}{20} - j\frac{230\sqrt{3}}{20} - \frac{230}{40} + j\frac{230\sqrt{3}}{40} = \frac{1840}{40} - \frac{460}{40} - j\frac{460\sqrt{3}}{40} - \frac{230}{40} + j\frac{230\sqrt{3}}{40} =$$
$$\frac{1150}{40} - j\frac{230\sqrt{3}}{40} = \frac{1}{40}\left(1150 - j230\sqrt{3}\right)$$

Nous connaissons `la composante réelle` et `la composante imaginaire` du courant (côté adjacent et opposé du triangle: voir figure 4).La valeur du courant IN est donnée par le calcul de l'hypoténuse: $IN = \frac{1}{40}\sqrt{1150^2 + \left(230\sqrt{3}\right)^2} = 30,4A$

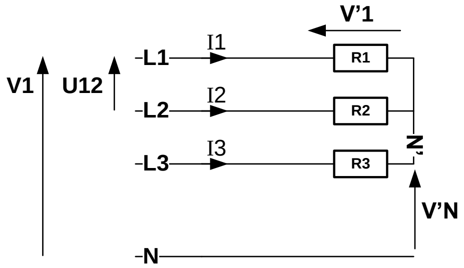
Figure 5: Modèle du circuit exprimé en fonction de a et de V1



2 Circuits triphasés sans conducteur Neutre

Lorsque le neutre du réseau n'est plus raccordé à la charge (figure 5), la tension présente aux bornes de chaque éléments prend une valeur `V'` qui varie en fonction du déséquilibre fixé par la valeur des résistances.

Figure 6: Neutre non raccordé à la charge



2.1 Relations

La figure(5)permet d'écrire les relations suivantes:

$$\underline{V1} - \underline{V'1} = \underline{V'N} \tag{10}$$

$$\underline{V2} - \underline{V'2} = \underline{V'N} \tag{11}$$

$$\underline{V3} - \underline{V'3} = \underline{V'N} \tag{12}$$

$$\underline{I1} + \underline{I2} + \underline{I3} = 0 \tag{13}$$

$$I1 = \frac{\underline{V'1}}{R1} = \frac{\underline{V1} - \underline{V'N}}{R1} \tag{14}$$

$$I2 = \frac{\underline{V'2}}{R2} = \frac{\underline{V2} - \underline{V'N}}{R2} \tag{15}$$

$$I3 = \frac{\underline{V'3}}{R3} = \frac{\underline{V3} - \underline{V'N}}{R1} \tag{16}$$

(9) devient: $\frac{\underline{V1} - \underline{V'N}}{R1} + \frac{\underline{V2} - \underline{V'N}}{R2} + \frac{\underline{V3} - \underline{V'N}}{R3} = 0$

$\frac{\underline{V1}}{R1} + \frac{\underline{V2}}{R2} + \frac{\underline{V3}}{R3} = \frac{\underline{V'N}}{R1} + \frac{\underline{V'N}}{R2} + \frac{\underline{V'N}}{R3}$

$\frac{\underline{V1}}{R1} + \frac{\underline{V2}}{R2} + \frac{\underline{V3}}{R3} = \underline{V'N}\left(\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3}\right)$

$$\frac{\underline{V1}}{R1} + \frac{\underline{V2}}{R2} + \frac{\underline{V3}}{R3} = \underline{V'N}\left(\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3}\right) \tag{17}$$

On considère que valeur des tensions composées n'est pas affectée par la présence ou l'absence du neutre au niveau de la charge. Le réseau étant identique au cas étudié précédemment les relations (7) et (8) sont toujours valables et (17) devient:

$$\frac{\underline{V1}}{R1} + \frac{a^2\underline{V1}}{R2} + \frac{a\underline{V1}}{R3} = \underline{V'N}\left(\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3}\right) \tag{18}$$

$\frac{V1}{R1} + \frac{V1}{R2}\left(-\frac{1}{2} - J\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \frac{V1}{R3}\left(-\frac{1}{2} + J\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \underline{V'N}\left(\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3}\right)$ et

$\frac{V1}{R1} + \frac{V1}{2R2}\left(-1 - J\sqrt{3}\right) + \frac{V1}{2R3}\left(-1 + J\sqrt{3}\right) = \underline{V'N}\left(\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3}\right)$

2.1.1 Si R1=R2=R3

La relation (18) devient:

$\frac{V1}{R} - \frac{V1}{2R} - j\frac{V1\sqrt{3}}{2R} - \frac{V1}{2R} + j\frac{V1\sqrt{3}}{2R} = \frac{3V'N}{R}$ donc $\frac{V1}{R} - \frac{V1}{R} = \frac{3V'N}{R}$ et **V'N=0**.

Le circuit est équilibré (four triphasé par exemple): **V=V'** et **I1=I2=I3**, **un point neutre artificiel s'est créé**.

2.1.2 Si R1≠R2≠R3

La relation (18) devient:

$$\frac{V1}{R1} - \frac{V1}{2R2} - j\frac{V1\sqrt{3}}{2R2} - \frac{V1}{2R3} + j\frac{V1\sqrt{3}}{2R3} = \underline{V'N}\left(\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3}\right)$$

2.1.3 Application numérique

$R1 = 5\Omega \quad R2 = 10\Omega \quad R3 = 20\Omega \quad V = 230V$

$\frac{230}{5} - \frac{230}{20} - j\frac{230\sqrt{3}}{20} - \frac{230}{40} + j\frac{230\sqrt{3}}{40} = \underline{V'N}\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20}\right)$ il vient $\frac{1}{40}\left(1150 - j230\sqrt{3}\right) = \frac{7\underline{V'N}}{20}$

$\underline{V'N} = \frac{1}{14}\left(1150 - j230\sqrt{3}\right)$ il vient $\mathbf{V'N = 86,9A^{-19\,\mathrm{deg}}}$

2.1.4 Qu'en est-il des courants I ?

Les relations (14), (15) et (16) permettent maintenant de calculer les courants:

Courant I1

$$\mathbf{I1} = \frac{V1 - V'N}{R1} = \frac{1}{R1}\left(V1 - \frac{1}{14}\left(1150 - j230\sqrt{3}\right)\right) = \frac{1}{5}\left(\frac{230\times 14}{14} - \frac{1150}{14} + \frac{j230\sqrt{3}}{14}\right) =$$
$$\frac{1}{70}\left(2070 + j230\sqrt{3}\right) = \mathbf{30,1A^{10,9\,\mathrm{deg}}}$$

Courant I2

$$\underline{\mathbf{I2}} = \frac{\underline{a}^2 V1 - V'N}{R2} = \frac{1}{R2}\left(\underline{a}^2 V1 - \frac{1}{14}\left(1150 - j230\sqrt{3}\right)\right) =$$
$$\frac{1}{R2}\left(\left(-\frac{1}{2} - J\frac{\sqrt{3}}{2}\right)V1 - \frac{1}{14}\left(1150 - j230\sqrt{3}\right)\right) = \frac{1}{10}\left(-\frac{230}{2} - \frac{j230\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{14}\left(1150 - j230\sqrt{3}\right)\right\} =$$
$$\frac{1}{10}\left(-\frac{230\times 7}{14} - \frac{j230\times 7\sqrt{3}}{14} - \frac{1150}{14} + \frac{j230\sqrt{3}}{14}\right) = \frac{1}{140}\left(-2760 - j1380\sqrt{3}\right) = \mathbf{26A^{40,9\,\mathrm{deg}}}$$

Courant I3

$$\underline{\mathbf{I3}} = \frac{\underline{a}V1 - V'N}{R3} = \frac{1}{R3}\left(\underline{a}V1 - \frac{1}{14}\left(1150 - j230\sqrt{3}\right)\right) =$$
$$\frac{1}{R3}\left(\left(-\frac{1}{2} + J\frac{\sqrt{3}}{2}\right)V1 - \frac{1}{14}\left(1150 + j230\sqrt{3}\right)\right) = \frac{1}{20}\left(-\frac{230}{2} + \frac{j230\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{14}\left(1150 - j230\sqrt{3}\right)\right) =$$
$$\frac{1}{20}\left(-\frac{230\times 7}{14} + \frac{j230\times 7\sqrt{3}}{14} - \frac{1150}{14} + \frac{j230\sqrt{3}}{14}\right) = \frac{1}{280}\left(-2760 + j1840\sqrt{3}\right) = \mathbf{15A^{-49,1\,\mathrm{deg}}}$$

2.1.5 Qu'en est-il des tensions V' aux borne des charges ?

Les tensions sont données par la loi d'ohm[2] :

$$\underline{\mathbf{V'1}} = R1\underline{I1} = 5 \times 30,1 = \mathbf{150,5V^{10,9\,deg}} \quad (19)$$
$$\underline{\mathbf{V'2}} = R2\underline{I2} = 10 \times 26 = \mathbf{260V^{40,9\,deg}} \quad (20)$$
$$\underline{\mathbf{V'3}} = R3\underline{I3} = 20 \times 15 = \mathbf{300V^{-49,1\,deg}} \quad (21)$$

2.1.6 Qu'en est-il des puissances consommées ?

Avec Neutre raccordé

$$\mathbf{P1} = R1I1^2 = 5 \times 46^2 = \mathbf{10580W} \quad (22)$$
$$\mathbf{P2} = R2I2^2 = 10 \times 23^2 = \mathbf{5290W} \quad (23)$$
$$\mathbf{P3} = R3I3^2 = 20 \times 11,5^2 = \mathbf{2645W} \quad (24)$$

Avec Neutre coupé

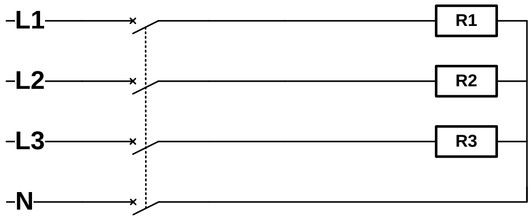
$$\mathbf{P1} = R1I1^2 = 5 \times 30,1^2 = \mathbf{4530W} \quad (25)$$
$$\mathbf{P2} = R2I2^2 = 10 \times 26^2 = \mathbf{6760W} \quad (26)$$
$$\mathbf{P3} = R3I3^2 = 20 \times 15^2 = \mathbf{4500W} \quad (27)$$

$P = \frac{V^2}{R}$ donne un résultat identique évidemment.

Conclusion Les chiffres parlent: La coupure du neutre provoque la suralimentation ou la sous alimentation des récepteurs. La protection des circuits déséquilibrés dont l'alimentation est triphasée + Neutre doit être réalisée par des protection tétrapolaires dont les 4 pôle sont liés (NF C 15-100) coupure unipolaire interdite.La rupture de neutre peut survenir accidentellement sur les lignes aériennes:chute de branches..etc.

Lorsque les charges sont équilibrées[3] , le conducteur neutre est inutile car un `point neutre artificiel` se forme au point commun du couplage étoile, qui équilibre naturellement les grandeurs électriques. Les calculs s'appliquent évidemment aux récepteurs inductifs et/ou capacitifs: dans ce cas les parties imaginaires $jL\omega$ et/ou $\frac{1}{C\omega}$ sont intégrées les relations.

Figure 7: Protection tétrapolaire



[2]Les charges sont constituées de résistances par conséquent, les courants I et les tensions V' correspondantes restent en phase.

[3]Lorsque l'on parle de charge équilibrée, il s'agit uniquement des récepteurs triphasé (moteur, four, etc.). Un circuit d'éclairage ou un circuit prise de courant ne peut en aucun cas être considéré comme tel, même si les phases débitent dans des récepteurs identiques.